

Формирование умения решать задачи с пропорциональными величинами средствами линий УМК по математике Г. К. Муравина и О. В. Муравиной

МУРАВИНА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА,
кандидат педагогических наук, доцент,
автор линий УМК по математике 1-11 классов

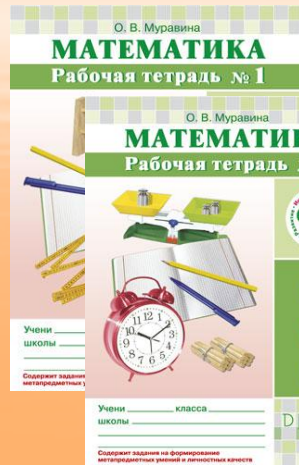
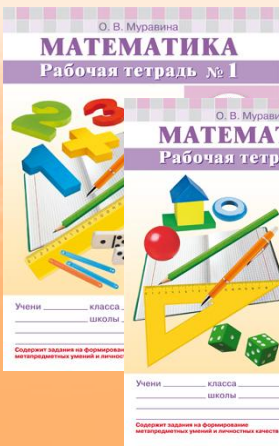


ПРОФА

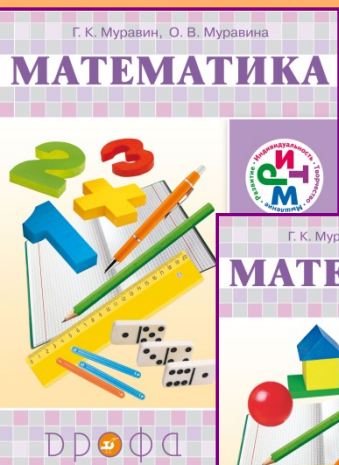
Математика. 1-4 классы



www.drofa.ru



muravin2007.narod.ru



УМК по математике для 5-11 класса





5. Составь выражение к каждой задаче и найди его значение.

- 1) Цена зонта 100 р. Чему равна стоимость 7 таких зонтов?
- 2) Метр ткани стоит 200 р. Сколько стоят 4 м этой ткани?
- 3) Килограмм клубники стоит 150 р. Сколько рублей стоят 2 кг такой клубники?
- 4) Цена стакана свежевыжатого сока 120 р. Сколько рублей надо заплатить за 3 стакана этого сока?

Что общего во всех задачах? О каких величинах в них идёт речь? Как найти стоимость товара, зная его цену и количество?

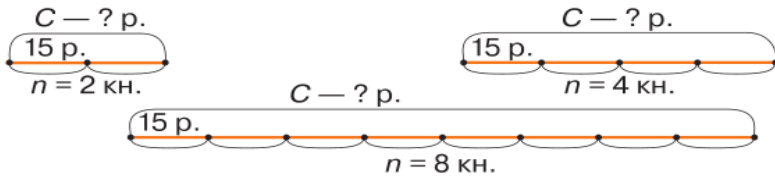


C — стоимость товара, a — его цена, n — количество товара.

Формула стоимости товара: $C = a \cdot n$.

6. Цена книги 15 р. Чему равна стоимость 2, 4, 8 таких книг?

Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
15 р.	2 кн.	? р.
15 р.	4 кн.	? р.
15 р.	8 кн.	? р.



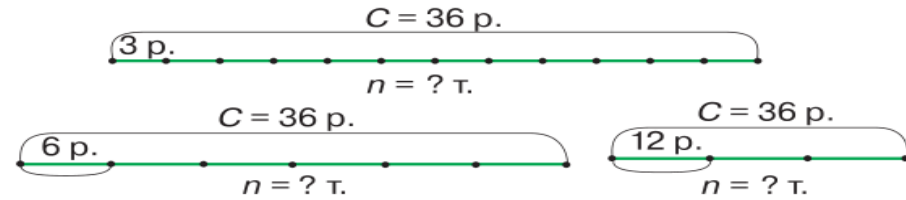
Какая величина не изменяется? Как изменяется количество книг? Как изменяется стоимость покупки?

Чтобы найти **стоимость** товара, надо его цену умножить на количество.

$$C = a \cdot n$$

7. Мама дала Алёне 36 р. для покупки тетрадей. Сколько она сможет купить тетрадей по цене 3 р., 6 р., 12 р.?

Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
3 р.	? т.	36 р.
6 р.	? т.	36 р.
12 р.	? т.	36 р.



Какая величина не изменяется? Как изменяется цена тетрадей? Как изменяется количество тетрадей? Запиши формулу, по которой находят количество тетрадей.

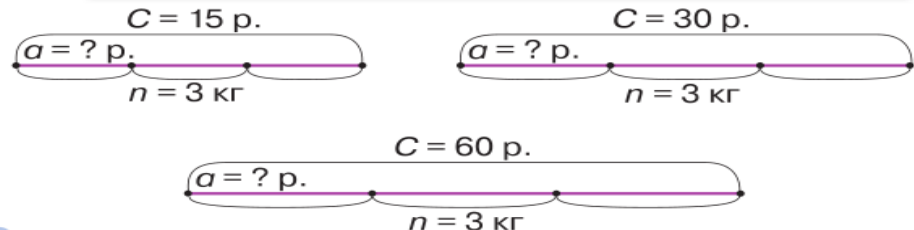


Чтобы найти **количество** товара, надо его стоимость разделить на цену.

$$n = C : a$$

8. В магазине картофель упакован в сетки, по 3 кг в каждой. Какова цена картофеля, если стоимость сетки картофеля 60 р., 30 р., 15 р.?

Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
? р.	3 кг	60 р.
? р.	3 кг	30 р.
? р.	3 кг	15 р.



Задачи на стоимость



3 класс

Какая величина не изменяется? Как изменяется цена? Как изменяется количество? Запиши формулу, по которой найдена цена.

Чтобы найти **цену** товара, надо его стоимость разделить на количество.

$$a = C : n$$

9. Расскажи, как заполнить таблицу. Какой формулой ты пользуешься в каждом случае?

Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
6 р.	? шт.	36 р.
5 р.	40 шт.	? р.
? р.	5 шт.	95 р.

12. Реши задачи разными способами.

- 1) Асфальтоукладчик за 1 мин укладывает 24 м асфальта. Один участок он подготовил за 7 мин, а другой — за 9 мин. Сколько метров асфальта подготовил асфальтоукладчик за всё время?

v	t	A
I		} ? м
II		

- 2) Одна кружевница за 1 ч сплетает 125 см² кружев, а другая — 130 см². Сколько кружев они сплетут за 3 ч?



7. 1) Завод выпускал 32 машины в день. Сколько машин завод выпустил за март?

2) За день мини-пекарня выпекает 256 буханок хлеба. Сколько буханок испечёт мини-пекарня за 3 дня?

3) Таня моет по 6 тарелок за минуту. Сколько тарелок она вымоет за 25 мин?

4) Скорость укладки асфальта — 27 м/мин. Сколько метров асфальта уложат за 4 восьмичасовых рабочих дня?



Работа равна производительности, умноженной на время работы.

$$A = v \cdot t$$

Это равенство называют **формулой работы**.

9. Объясни, как заполнить таблицу.

Производительность	Время	Работа
19 деталей в день	5 дн.	<input type="checkbox"/> деталей
23 знака в минуту	<input type="checkbox"/> мин	230 знаков
<input type="checkbox"/> кирпичей в час	2 ч	112 кирпичей

10. Первый бульдозер разровнял за 4 ч 312 м² дороги, а второй — за 8 ч 656 м². У какого бульдозера производительность больше и на сколько?

v	t	A
I)	На сколько?	
II)		

11. Один крот прорыл подземный ход длиной 360 см за 12 мин, а другой — 315 см за 21 мин. Во сколько раз производительность одного крота больше, чем другого?

v	t	A
I)	Во сколько раз?	
II)		



8. Подбери схему к каждой задаче. Как найти расстояние, время, скорость?

1) Человек прошёл 24 км за 6 ч. С какой скоростью он шёл?

2) Человек идёт со скоростью 4 км/ч. Сколько времени ему потребуется, чтобы пройти расстояние 24 км?

3) Человек идёт со скоростью 4 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 6 ч?

Схема 1

$$V = 4 \text{ км/ч}, t = 6 \text{ ч}$$

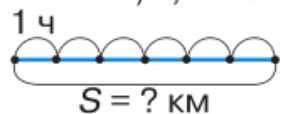


Схема 2

$$V = ? \text{ км/ч}, t = 6 \text{ ч}$$

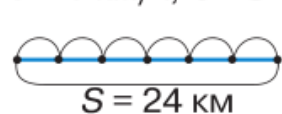
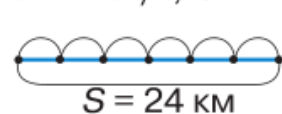


Схема 3

$$V = 4 \text{ км/ч}, t = ? \text{ ч}$$



13.* Реши задачу разными способами.

Лыжник двигался 2 ч со скоростью 18 км/ч, 2 ч со скоростью 15 км/ч и ещё 2 ч со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние прошёл лыжник за эти 6 ч?

Решение. Способ 1.

$$18 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 90 \text{ (км)}$$

$$\text{Способ 2. } (18 + 15 + 12) \cdot 2 = 90 \text{ (км)}$$

Ответ: 90 км.

14. Грузовая машина за 8 ч прошла 280 км, а легковая то же расстояние — за 4 ч. Во сколько раз скорость грузовой машины меньше скорости легковой?

Скорость	Время	Расстояние
I ↪ Во сколько		
II ↪ раз?		

15. Туристы в первый день прошли на байдарках 25 км, двигаясь со скоростью 5 км/ч, а во второй день — 36 км со скоростью 6 км/ч. Сколько часов провели туристы на байдарках за эти два дня?

Скорость	Время	Расстояние
I — 5 км/ч	? ч	} ? ч 25 км
II — 6 км/ч	? ч	
		36 км

Работа с формулами



4 класс

3. Дана формула $C = a \cdot b$. Закончи предложение.

1) a — количество килограммов варенья в одной банке, b — количество банок, C — ...

2) A — общий расход ткани на все наволочки, a — расход ткани на одну наволочку, b — ...

3) a — масса одного ящика, b — количество ящиков, C — ...

4) a — цена торта, b — количество тортов, C — ...

5) a — скорость бега кенгуру, b — время его бега, C — ...

6) a — скорость чтения Пети, b — время чтения, C — ...

4. На фабрике из 872 м ткани сшили 206 одинаковых наволочек и 115 простыней, расходуя по 4 м на каждую. Объясни, что находят каждым выражением.

$$4 \cdot 115 \quad 872 - 4 \cdot 115 \quad (872 - 4 \cdot 115) : 206$$

4. На фабрике из 872 м ткани сшили 206 одинаковых наволочек и 115 простыней, расходуя по 4 м на каждую. Объясни, что находят каждым выражением.

$$4 \cdot 115 \quad 872 - 4 \cdot 115 \quad (872 - 4 \cdot 115) : 206$$

5. Даны формулы:

$$C = a \cdot n, S = v \cdot t, A = v \cdot t.$$

Подбери формулу для каждой задачи и реши её.

1) Автомат штампует 38 деталей в час. Сколько деталей проштампует автомат за 12 ч?

2) Поезд двигался со скоростью 67 км/ч. Какое расстояние он прошёл за 8 ч?

3) Цена книги 127 р. Сколько стоят 5 таких книг?

6. Как найти неизвестные величины в каждой таблице?

v	t	S
16 км/ч	? ч	128 км
? км/ч	5 ч	315 км
118 км/ч	2 ч	? км

a	n	C
70 р.	? шт.	560 р.
? р.	13 шт.	130 р.
11 р.	54 шт.	? р.

Задачи на нахождение четвертого пропорционального



10. За 5 ластиков Оля заплатила 30 р., а Марина за такие же ластики заплатила 54 р. Сколько ластиков купила Марина?

3 класс

	Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
О.	Одинаковая	5 шт.	30 р.
М.		? шт.	54 р.



3 класс

План решения.

1. Найти цену ластика.
2. Найти количество ластиков, купленных Мариной.

7. Прочитай задачу и рассмотри таблицу. Реши задачу по плану.

За 5 одинаковых альбомов заплатили 525 р. Сколько таких альбомов можно купить на 840 р.?

4 класс

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 шт.	525 р.
	? шт.	840 р.

4 класс

План решения.

- 1) Найди цену альбома, зная их количество и стоимость.
- 2) Найди количество купленных альбомов, зная их цену и стоимость.

15. В 12 одинаковых полных банках 84 кг краски. Сколько килограммов краски в 23 таких банках?

1) Один рабочий обслуживает 8 станков, каждый из которых обрабатывает 11 деталей в час, а другой 6 станков, каждый из которых обрабатывает 15 деталей в час. За сколько часов они вместе обработают 1 602 детали?

3) Путь от одной станции до другой товарный поезд прошёл за 9 ч, а пассажирский за 6 ч. С какой скоростью двигался пассажирский поезд, если скорость товарного поезда была 40 км/ч?

Задачи на пропорциональное деление

4 класс

5. Сравни две задачи. Чем они похожи и чем отличаются?

1) Девочка купила 2 одинаковые коробки с шариками для настольного тенниса, а мальчик 3 такие же коробки. Сколько мальчик заплатил за покупку, если девочка заплатила 368 р.? Сколько заплатили за покупку мальчик и девочка вместе? На сколько больше заплатил за покупку мальчик, чем девочка?



	a	n	C
Д.	Одинаковые	2 к.	368 р.
М.		3 к.	? р.



Что находим каждым выражением?

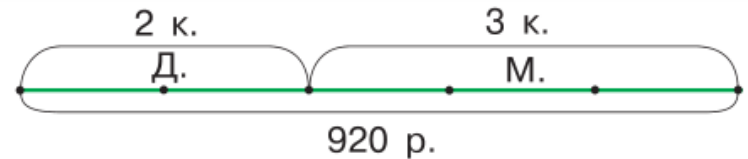
$$368 : 2 \qquad 368 + 368 : 2 \cdot 3$$

$$368 : 2 \cdot 3 \qquad 368 + 368 : 2$$

$$368 : 2 \cdot 3 - 368$$

2) Девочка купила 2 одинаковые коробки с шариками для настольного тенниса, а мальчик 3 такие же коробки. Сколько заплатил за покупку мальчик, если они вместе заплатили 920 р.?

	a	n	C
Д.	Одинаковые	2 к.	? р.
М.		3 к.	? р.
Д. + М.		(2 + 3) к.	920 р.

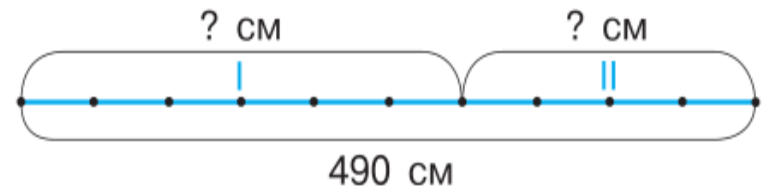


Что находим каждым выражением?

$$2 + 3 \qquad 920 : (2 + 3) \cdot 2$$

$$920 : (2 + 3) \qquad 920 : (2 + 3) \cdot 3$$

6. Один отрезок состоит из 6 равных частей, другой отрезок — из 4 таких же частей. Длина этих двух отрезков равна 490 см. Чему равна длина каждого отрезка?



Задачи на пропорциональное деление



4 класс

10. Сравни разные способы решения задач.

1) Два мастера заработали 972 р. Один работал 2 ч., а другой — 4 ч. Сколько заработал каждый мастер, если они работали с одинаковой производительностью?

Способ 1. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.),

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $324 \cdot (4 : 2) = 648$ (р.)

Способ 2. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.),

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $162 \cdot 4 = 648$ (р.)

Способ 3. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.)

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $972 - 324 = 648$ (р.)

2) Взяли 2 мотка одинаковой проволоки. В одном мотке 20 м проволоки, в другом 15 м. Какова масса каждого мотка проволоки, если масса двух мотков 980 г?

Способ 1. $20 + 15 = 35$ (м),

$980 : 35 = 28$, $28 \cdot 20 = 560$ (г),

$28 \cdot 15 = 420$ (г)

Способ 2. $20 + 15 = 35$ (м),

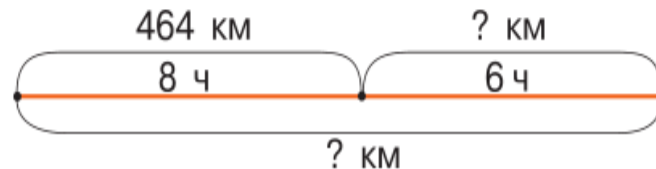
$980 : 35 = 28$, $28 \cdot 20 = 560$ (г),

$980 - 560 = 420$ (г)

7. Реши задачу, используя таблицу или схему.

Машина в первый день за 8 ч проехала 464 км, двигаясь с некоторой скоростью. Во второй день она была в пути 6 ч и двигалась с той же скоростью. Сколько всего километров проехала машина за два дня?

	v	t	S
I	Одинаковая	8 ч	464 км
II		6 ч	? км
I + II		(8 + 6) ч	? км



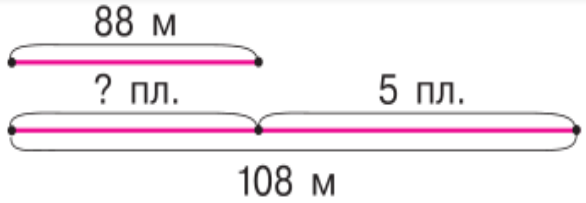
Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям

4 класс

4. Объясни оба способа решения задачи.

В мастерскую поступило 2 куска ткани: один длиной 88 м, другой — 108 м. Из всей ткани сшили одинаковые платья, причём из первого куска получилось на 5 платьев меньше, чем из второго. Сколько сшили платьев из каждого куска ткани?

	Расход ткани на 1 платье	Количество платьев	Общий расход ткани
I	Одинаковый	? пл.	88 м
II		? пл.	108 м
II-I		5 пл.	(108 - 88) м



Способ 1.

- 1) $108 - 88 = 20$ (м)
- 2) $20 : 5 = 4$ (м)
- 3) $88 : 4 = 22$ (пл.)
- 4) $108 : 4 = 27$ (пл.)

Способ 2.

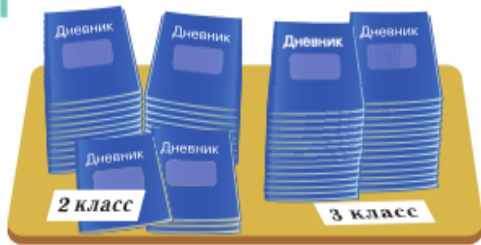
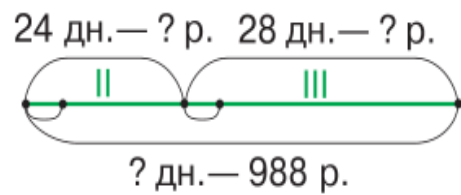
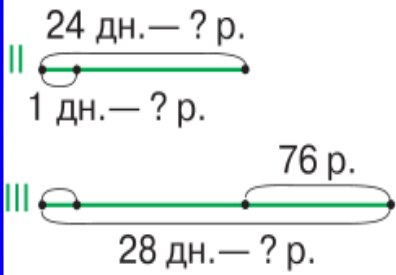
- 1) $108 - 88 = 20$ (м)
- 2) $20 : 5 = 4$ (м)
- 3) $108 : 4 = 27$ (пл.)
- 4) $27 - 5 = 22$ (пл.)

Ответ: 22 платья и 27 платьев.

5. Сравни задачи, схемы и способы их решения.

1) К началу учебного года купили для второго класса 24 одинаковых дневника, а для третьего — 28 таких же дневников. Сколько заплатили за дневники для второклассников и сколько для третьеклассников, если за все дневники заплатили 988 р.?

2) К началу учебного года для второго класса купили 24 одинаковых дневника, а для третьего — 28 таких же дневников. Сколько заплатили за дневники для второклассников и сколько для третьеклассников, если дневники для третьего класса стоили на 76 р. дороже?



Задачи на движение двух объектов

Скорость сближения

6. 1) Прочитай задачу. Рассмотрю схему и ответь на вопросы.

- Увеличивалось или уменьшалось расстояние между автобусами каждый час?
- На сколько километров сближались автобусы каждый час?
- Какое расстояние проехали автобусы за 2 ч?

Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса. Один автобус ехал со скоростью 60 км/ч, другой 80 км/ч. Через 2 ч они встретились. Какое расстояние между городами?



2) Сравни два способа решения задачи.

Способ 1.

- $60 \cdot 2 = 120$ (км) — проехал первый автобус;
- $80 \cdot 2 = 160$ (км) — проехал второй автобус;
- $120 + 160 = 280$ (км) — расстояние между городами.

Способ 2.

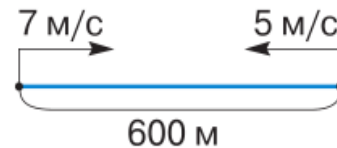
- $60 + 80 = 140$ (км/ч) — скорость сближения автобусов;
- $140 \cdot 2 = 280$ (км) — расстояние между городами.

Ответ: 280 км.

11. Рассмотрю схемы, выбери выражения для решения каждой задачи. Объясни, как составлено каждое выражение.

1) Два спортсмена одновременно побежали навстречу друг другу по беговой дорожке, длина которой 600 м. Один бежал со скоростью 5 м/с, другой 7 м/с. Какое расстояние было между ними через 40 с после старта?

2) Расстояние между двумя спортсменами 600 м. Первый спортсмен бежал со скоростью 7 м/с. Он догонял второго, скорость которого 5 м/с. Какое расстояние будет между ними через 50 с?



- $600 : (5 + 7)$;
- $600 : (7 - 5)$;
- $600 : 5 - 600 : 7$;
- $600 : 5 + 600 : 7$.

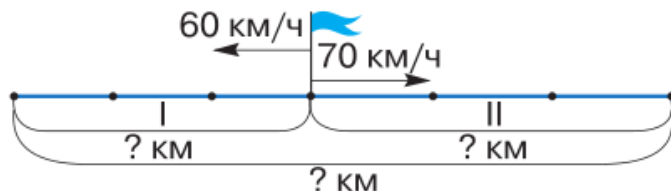


Движение в первой задаче называют **движением навстречу друг другу**, а во второй — **движением вдогонку**.

Движение в противоположных направлениях

4. Сравни два способа решения задачи.

Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Один поезд двигался со скоростью 60 км/ч, другой — 70 км/ч. Какое расстояние было между поездами через 3 ч?



Способ 1.

- 1) $60 \cdot 3 = 180$ (км) — расстояние, пройденное первым поездом;
- 2) $70 \cdot 3 = 210$ (км) — расстояние, пройденное вторым поездом;
- 3) $180 + 210 = 390$ (км) — расстояние между поездами через 3 ч.

Способ 2.

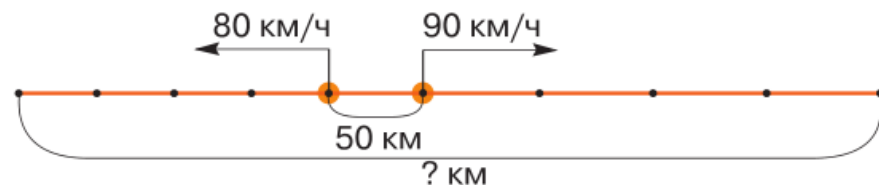
- 1) $60 + 70 = 130$ (км/ч) — скорость удаления поездов;
- 2) $130 \cdot 3 = 390$ (км) — расстояние между поездами через 3 ч.

Ответ: 390 км.

4 класс

Скорость сближения

7. Из двух городов, находящихся на расстоянии 50 км друг от друга, выехали одновременно в противоположных направлениях два автобуса. Один ехал со скоростью 80 км/ч, а другой — 90 км/ч. Какое расстояние было между автобусами через 4 ч после выезда?



Ответь на вопросы и реши задачу.

- 1) Автобусы сближаются или удаляются?

Движение с отставанием

4 класс

10. Реши задачу на движение с отставанием.

Из города в одном направлении одновременно выехали автобус и легковая машина. Автобус ехал со скоростью 70 км/ч, а машина — 90 км/ч. На сколько километров машина обгонит автобус за 4 ч?



Ответ на вопросы.

1) Сближались или удалялись машина и автобус?

2) На сколько километров в час изменялось расстояние между ними?

3) На сколько километров изменилось расстояние между ними за 4 ч?

Сравни два способа решения. Поясни каждое действие.

Способ 1.

1) $90 \cdot 4 = 360$ (км)

2) $70 \cdot 4 = 280$ (км)

3) $360 - 280 = 80$ (км)

Способ 2.

1) $90 - 70 = 20$ (км/ч)

2) $20 \cdot 4 = 80$ (км)

Ответ: 80 км.

Виды движений

5 класс



348. На рисунке 109 изображены схемы движения двух объектов.

1) Запишите формулу скорости их сближения или удаления для каждой схемы.

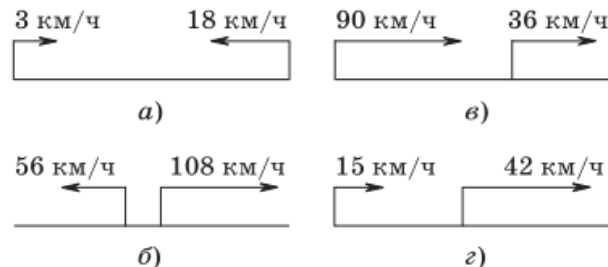


Рис. 109

2) Найдите, на сколько изменится расстояние между объектами через 3 ч, если в начале расстояние между ними было 300 км.

350. Какую из формул скорости при движении по реке вы будете использовать при ответе на вопрос задачи:

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{собст}} + v_{\text{теч}}; v_{\text{против теч}} = v_{\text{собст}} - v_{\text{теч}}?$$

1) Собственная скорость катера 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. С какой скоростью катер будет идти по озеру? С какой скоростью катер будет двигаться по течению реки? С какой скоростью катер будет двигаться против течения реки?

2) Скорость теплохода в стоячей воде равна 23 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч. Какой путь пройдёт теплоход за

3 ч по течению реки? Какой путь пройдёт теплоход против течения реки за то же время?

Составление уравнения



361. Объясните, как составлено уравнение к задаче.

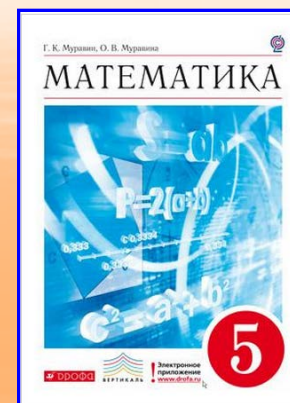
1) Расстояние между двумя пешеходами, идущими навстречу друг другу, 720 м. Скорость одного из них на 8 м/мин больше скорости другого. Найдите скорости пешеходов, если известно, что они встретились через 6 мин.

Решение.

	v (м/мин)	t (мин)	s (м)
1-й пешеход	x	6	$6x$
2-й пешеход	$x + 8$	6	$6(x + 8)$
			} 720

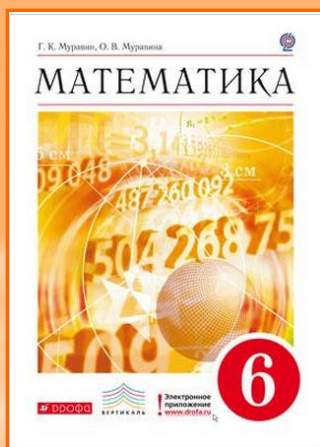
$$6x + 6(x + 8) = 720.$$

5 класс



Составление пропорции

6 класс



$$\frac{5}{x} = \frac{45}{72}; \quad \frac{50}{x} = \frac{3}{5,4}$$

89. Составьте пропорцию к задаче, используя таблицу.

1) За 5 конвертов заплатили 45 р. Сколько таких конвертов можно купить на 72 р.?

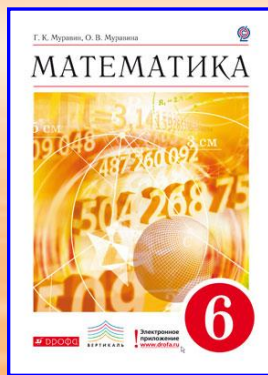
Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 к.	45 р.
	? к.	72 р.

2) Путь от Москвы до Ярославля автобус проходит со скоростью 50 км/ч за 5,4 ч.

Какова скорость движения поезда, если он тратит на этот же путь 3 ч?


	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	50 км/ч	5,4 ч	Одинаковое
Поезд	? км/ч	3 ч	

Пропорциональные величины



4

Пропорциональные величины

Задача 1. За 2 ч автомобиль проехал 120 км. Сколько времени потребуется автомобилю на путь в 3 раза больший, если он будет ехать с той же скоростью? 

Решение.

- 1) $120 \cdot 3 = 360$ (км) — в 3 раза больший путь.
- 2) $120 : 2 = 60$ (км/ч) — скорость автомобиля.
- 3) $360 : 60 = 6$ (ч) — время, за которое автомобиль проедет 360 км.

Ответ: 6 ч.

Заметим, что при увеличении пути в 3 раза время движения также увеличилось в 3 раза. Зная, что при движении с постоянной скоростью время и пройденный путь изменяются в одно и то же число раз, мы могли бы сразу ответить на вопрос задачи:

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ (ч).}$$

Связь между значениями времени и соответствующими расстояниями можно записать с помощью пропорции $\frac{2}{6} = \frac{120}{360}$.

В рассмотренной задаче *при увеличении одной из величин в несколько раз во столько же раз увеличивается и другая величина.*

Аналогичными свойствами обладают и многие другие пары взаимосвязанных величин, например длина стороны и периметр квадрата, количество купленного продукта и стоимость покупки. При этом отношение любых двух значений одной из этих величин и отношение соответствующих им значений другой величины составляют пропорцию.

Такие величины называют **пропорциональными**.


78. За краску заплатили 540 р. Сколько пришлось бы заплатить за краску, если бы её купили:

- 1) в 4 раза меньше; 2) в 3 раза больше?

79. 1) Как изменится периметр квадрата, если длину его стороны увеличить в 2 раза, в 3 раза, в 10 раз?

- 2) Сравните отношение длин сторон двух каких-нибудь квадратов с отношением их периметров.

80. Пропорциональны ли следующие величины:

- 1) длина стороны прямоугольника и его площадь при условии, что вторая сторона прямоугольника неизменна;
- 2) длина стороны квадрата и его площадь;
- 3) длина ребра куба и его объём;
- 4) длины сходственных сторон двух подобных треугольников;
- 5) длины сторон и диагоналей двух квадратов?  18

81. Заполните таблицу значений пропорциональных величин.

1)	Время работы, ч		4	5	7	
	Объём работы, детали	50		125		200

Пропорциональные величины

2)	Количество товара, шт.	2		27	115	
	Стоимость покупки, р.		32,2	62,1		545,1

82. Длину стороны квадрата увеличили на 50%. На сколько процентов увеличилась при этом площадь квадрата? Как сформулировать эту задачу, не используя слово «процент»?

83. Длину каждого ребра куба увеличили на 40%.

- 1) На сколько процентов увеличился при этом объём куба?
- 2) На сколько процентов увеличилась площадь его поверхности?

Задача 2. Расстояние между двумя городами 240 км. За какое время автомобиль может проехать это расстояние?

Решение. Ответ на вопрос задачи зависит от того, с какой скоростью будет ехать автомобиль. Составим таблицу.

Скорость движения, км/ч	60	80	120
Время в пути, ч	4	3	2

Заметим, что *увеличение* скорости в 2 раза — с 60 до 120 км/ч — привело к *уменьшению* времени движения также в 2 раза.

Произведение скорости на соответствующее время движения для каждого столбца таблицы одно и то же — оно равно 240 км.

Равенство $60 \cdot 4 = 120 \cdot 2$ можно рассматривать как произведение крайних и средних членов пропорции $\frac{60}{120} = \frac{2}{4}$. Заметим, что время 4 ч, соответствующее скорости 60 км/ч, оказалось в знаменателе дроби, а время, соответствующее скорости 120 км/ч, — в числителе. Отношение скоростей и отношение соответствующих им значений времени оказались *взаимно обратными числами*. Поэтому такие величины, как скорость и время, за которое можно проехать данное расстояние, называют *обратно пропорциональными*.

Примерами обратно пропорциональных величин являются длины сторон прямоугольника данной площади, производительность труда и время выполнения работы, цена купленного на некоторую сумму денег чая и его масса.

Обратно пропорциональные величины обладают важным свойством.

При увеличении одной из *обратно пропорциональных величин* в несколько раз другая величина во столько же раз уменьшается.

Задача 3. Через минуту после выезда у велосипедиста сломался велосипед, и ему пришлось вернуться домой. Сколько времени понадобилось велосипедисту на обратный путь, если возвращался он со скоростью в пять раз меньшей, чем при езде на велосипеде?

Решение. Путь в этой задаче один и тот же, значит, скорость и время обратно пропорциональны. Скорость уменьшилась в 5 раз, значит, время должно в 5 раз увеличиться. Поскольку от дома велосипедист ехал 1 мин, то путь домой занял у него 5 мин.

84. Купили 6 банок краски. Сколько банок краски можно было бы купить за те же деньги, если бы цена одной банки:

- 1) повысилась в 2 раза; 2) снизилась в 2 раза?

85. Расстояние в 210 км грузовик проехал за 3 ч.


- 1) С какой скоростью двигался грузовик?
- 2) Сколько времени займёт этот путь у легкового автомобиля, скорость которого в два раза больше скорости грузовика?
- 3) С какой скоростью ехал велосипедист, если у него тот же путь занял в 2 раза больше времени, чем у грузовика?

86. На 160 р. можно купить 3 кг апельсинов.

- 1) Сколько килограммов картофеля можно купить на эти деньги, если картофель в 4 раза дешевле апельсинов?

Пропорциональные величины

2) Сколько килограммов говядины, которая в 4 раза дороже апельсинов, можно купить на эти деньги?

87●. Заполните таблицу значений обратно пропорциональных величин x и y .  19, 20



1)	Производительность труда, деталей в час		250	500	400	
	Время работы, ч	0,25		4		2


2)	Цена товара, р.	25		75		120
	Количество товара, шт.	120	200		5	


Чтобы подчеркнуть разницу между *пропорциональными* и *обратно пропорциональными* величинами, пропорциональные величины часто называют **прямо пропорциональными**.

88. Какие из следующих пар величин являются:

- 1) прямо пропорциональными;
- 2) обратно пропорциональными;
- 3) не являются ни теми, ни другими:
 - а) количество купленного товара и стоимость покупки;
 - б) скорость движения и время, необходимое для преодоления данного расстояния;
 - в) производительность труда и время выполнения определённой работы;
 - г) масса воды и её объём;
 - д) скорость движения и путь, пройденный за определённое время;
 - е) длина и ширина прямоугольника данной площади;
 - ж) длина стороны квадрата и его площадь;
 - з) длина ребра куба и его объём;
 - и) площадь поверхности куба и длина его ребра;
 - к) площадь поверхности куба и его объём;

- л) рост человека и его возраст;
- м) масса аквариума с рыбками и число рыбок в аквариуме;
- н) число верно решённых заданий контрольной работы и отметка, полученная за неё;
- о) длина окружности и её радиус;
- п) длина высоты данного треугольника и длина стороны, к которой она проведена;
- р) расстояние на карте между Москвой и Рязанью и число, равное масштабу карты?  21 


Пропорциональные величины часто встречаются в задачах. При решении таких задач неизвестное значение одной из величин принимают за x и составляют уравнение. 

Задача 4. За 7,5 кг сахара заплатили 210 р. Сколько придётся заплатить за 20 кг сахара? 

Решение. Количество купленного сахара и стоимость покупки — прямо пропорциональные величины. Обозначим стоимость 20 кг сахара буквой x и составим пропорцию.

$$\frac{x}{210} = \frac{20}{7,5}. \text{ Отсюда } x = \frac{20 \cdot 210}{7,5}, x = 560 \text{ (р.)}.$$

Ответ: 560 р.

Задача 5. Туристы планировали пройти маршрут за 6 дней, но из-за плохой погоды им пришлось двигаться медленнее, и вместо предполагаемых 52 км в день они проходили только 39 км. За сколько дней туристы прошли свой маршрут? 

Решение. Поскольку туристы не изменили планировавшийся маршрут, количество дней *обратно пропорционально* расстоянию, которое туристы проходят за 1 день. Обозначим число дней, затраченных на весь поход, буквой x и составим

$$\text{пропорцию: } \frac{x}{6} = \frac{52}{39}.$$

$$\text{Отсюда } x = \frac{6 \cdot 52}{39}, x = 8 \text{ (дней).}$$

Ответ: за 8 дней.

Пропорциональные величины

89. Составьте пропорцию к задаче, используя таблицу.

1) За 5 конвертов заплатили 45 р. Сколько таких конвертов можно купить на 72 р.?

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 к.	45 р.
	? к.	72 р.

2) Путь от Москвы до Ярославля автобус проходит со скоростью 50 км/ч за 5,4 ч.

Какова скорость движения поезда, если он тратит на этот же путь 3 ч?

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	50 км/ч	5,4 ч	Одинаковое
Поезд	? км/ч	3 ч	

90. 1) Объясните, как рассуждали при составлении каждой пропорции к задаче: «Один килограмм металлолома заменяет 2,5 кг руды. Сколько руды заменяют 4 т металлолома?»:

$$\text{а) } \frac{x}{4000} = \frac{2.5}{1}; \quad \text{б) } \frac{4000}{x} = \frac{1}{2.5}; \quad \text{в) } \frac{4}{x} = \frac{1}{2.5}; \quad \text{г) } \frac{x}{4} = \frac{2.5}{1}.$$

2) В каких единицах будет найдена масса руды в каждой пропорции?

91. Какая пропорция составлена по условию задачи: «Пассажирский поезд, который двигался со скоростью 65 км/ч, затратил на путь между станциями 4 ч. За сколько часов пройдёт этот же путь товарный поезд, если его скорость 40 км/ч?»:

$$1) \frac{65}{40} = \frac{4}{x}; \quad 2) \frac{40}{65} = \frac{x}{4}; \quad 3) \frac{40}{65} = \frac{4}{x}; \quad 4) \frac{4}{65} = \frac{x}{40}?$$

92. Прочитайте задачу, определите, пропорциональны или обратно пропорциональны величины, о которых в ней идёт

речь, обозначьте неизвестное буквой x , составьте уравнение и решите его.

1) В наборе из четырёх стаканчиков 600 г йогурта. Найдите массу шести таких стаканчиков.

2) Для транспортировки нефти нужно было 35 цистерн ёмкостью 60 м³ каждая. Однако на железной дороге оказались только цистерны ёмкостью 70 м³. Сколько таких цистерн потребуется для транспортировки нефти?

3) На окраску 15 м² пола израсходовано 1,5 кг эмали. Сколько эмали потребуется для окраски пола в комнате, размеры которой 5,2 × 3,5 (м)?

4) 12 тракторов одинаковой мощности могут вспахать поле за 88 ч. Сколько нужно таких же тракторов, чтобы вспахать это поле за 33 ч?

5) Для строительства двух домов требуется 120 м³ леса. Сколько кубических метров леса потребуется для строительства 6 таких домов?

6) Для приготовления каши на 1 стакан молока требуется 2 столовые ложки крупы. Сколько нужно взять стаканов молока, чтобы приготовить кашу из 6 столовых ложек крупы?

7) На карте железная дорога Москва — Санкт-Петербург, имеющая длину 650 км, изображена линией длиной 5 см. Какую длину на этой карте имеет линия, изображающая Байкало-Амурскую магистраль, если длина этой магистрали 3145 км?

8) маятник стальных часов совершает 198 колебаний за 3,3 мин. Сколько колебаний совершает маятник за 12 мин?

93. Волга — самая длинная река в Европе, её длина приблизительно равна 3530 км. На карте её длина составляет 17,65 см.

1) Какова длина реки Нил, если на карте с тем же масштабом её длина равна 33,35 см? 2) Какова длина реки Миссисипи на карте с тем же масштабом, если её реальная длина равна 5970 км? 3) Какая из этих рек длиннее?

Пропорциональные величины

94●. Составьте пропорции к задаче, используя таблицу.

На автозаправочной станции первый водитель залил в бак 40 л бензина, второй — 25 л такого же бензина. Первый заплатил на 135 р. больше, чем второй. Сколько заплатил за бензин каждый водитель?

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	25 л	? р.
	40 л	? р.
	(40—25) л	135 р.

95●. 1) Велосипедист движется со скоростью на 10 км/ч больше, чем пешеход. На один и тот же путь велосипедисту требуется 2 ч, а пешеходу — 7 ч. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.



2) Мастер может отштамповать 480 деталей за 4 ч, а ученику на выполнение этой работы потребуется времени в 3 раза больше. За сколько часов могут отштамповать 480 деталей мастер и ученик при совместной работе?

96●. На рисунках 35 и 36 изображены пары треугольников.

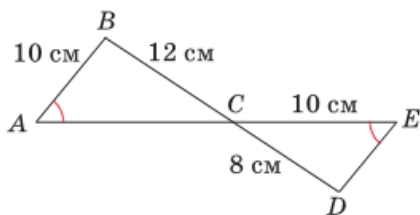


Рис. 35

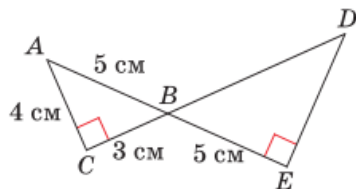


Рис. 36

1) Можно ли утверждать, что каждая пара составлена из подобных друг другу треугольников?

2) Для каждой пары треугольников выпишите пары сходственных сторон и составьте из них пропорции.

3) Пользуясь указанными на рисунках данными, найдите из пропорций неизвестные длины сторон треугольников.

▼ Рассмотрим ещё одну задачу на пропорциональность величин.

Задача 6. Велосипедист проезжает путь от деревни до станции за 30 мин. Когда велосипедист выезжал из деревни, со станции в деревню вышел пешеход. Велосипедист встретил его через 20 мин после выезда из деревни. Сколько времени займёт у пешехода путь от станции до деревни?

Решение. В этой задаче можно легко обойтись без составления уравнения. А вот рисунок к ней сделать полезно (рис. 37). За 20 мин велосипедист проехал $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ всего пути. Значит, оставшуюся $\frac{1}{3}$ пути прошёл пешеход.

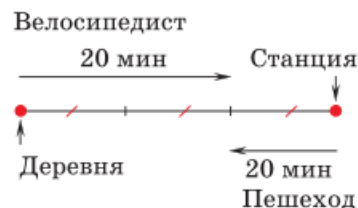


Рис. 37

На $\frac{1}{3}$ пути у пешехода ушло 20 мин, значит, на весь путь уйдёт в 3 раза больше, т. е. $20 \cdot 3 = 60$ (мин).

Ответ: 1 ч. △

97●. Два насоса могут осушить котлован за 2 ч. За сколько часов мог бы осушить котлован второй насос, работая один, если первому насосу на это понадобилось бы 3 ч?

98●. Из пунктов *A* и *B* одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста в 4 раза меньше скорости мотоциклиста.

1) Через сколько минут мотоциклист встретился с велосипедистом, если весь путь из *B* в *A* у него занял полчаса?

2) Сколько времени после встречи велосипедист ехал до пункта *B*?

Пропорциональные величины

99●. Две бригады могут проложить участок дороги за 6 дней. Если бы первая бригада работала одна, то на эту же работу у неё ушло бы 18 дней. За сколько дней проложит этот участок дороги вторая бригада, если будет работать одна?

100●. Два насоса, работая одновременно, могут откачать воду из резервуара за 6 ч. Первый насос, работая один, может откачать эту воду за 15 ч. За сколько часов сможет откачать воду второй насос, если будет работать только он?

Задачи на смекалку

101. **Задача-шутка.** 6 котов за 6 мин съедают 6 мышей. Сколько понадобится котов, чтобы за 100 мин съесть 100 мышей?

102. Прямоугольник разделён двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трёх из которых 2 см^2 , 4 см^2 , 6 см^2 (рис. 38). Найдите площадь прямоугольника.

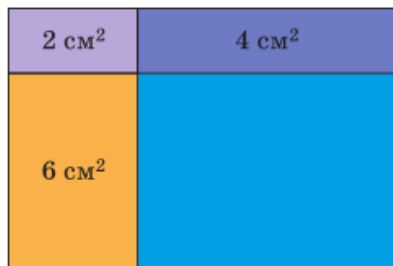


Рис. 38

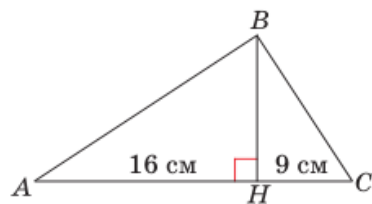


Рис. 39

103●. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота BH , которая разделила гипотенузу AC на отрезки в 9 см и 16 см (рис. 39).

- 1) Выпишите равные углы.
- 2) Убедитесь в том, что треугольники ABH и BCH подобны. Найдите коэффициент их подобия.
- 3) Найдите площадь треугольника ABC .
- 4) Найдите коэффициент подобия треугольников ABC и BHC .

104. Двое друзей одновременно отправились из пункта A в пункт B : первый — на велосипеде, а второй — на автомобиле со скоростью, в 20 раз большей скорости первого. На полпути автомобиль сломался, и оставшуюся часть пути автомобилист прошёл пешком со скоростью, в два раза меньшей скорости велосипедиста. Кто из друзей раньше прибыл в пункт B ?

Контрольные вопросы и задания

1. Какие величины называют пропорциональными? Почему их иногда называют прямо пропорциональными? Чем отличаются прямо и обратно пропорциональные величины?
2. Какие из следующих величин являются прямо пропорциональными, обратно пропорциональными, а какие не являются ни теми, ни другими:
 - 1) масса учебников в портфеле и их количество;
 - 2) средняя скорость движения и проделанный за определённое время путь;
 - 3) время движения и путь, проделанный с определённой скоростью;
 - 4) средняя скорость движения и время на преодоление определённого расстояния;
 - 5) рост человека и его масса;
 - 6) высота предмета и тень, которую он отбрасывает в 14 ч дня при ясной погоде?
3. Решите задачу, составив пропорцию.
 - 1) Стальной шарик объёмом 6 см^3 имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если его объём равен $2,5 \text{ см}^3$?
 - 2) Длина первого прямоугольника 3,6 м, а ширина — 2,4 м. Длина второго прямоугольника 4,8 м. Найдите ширину второго прямоугольника, если известно, что площади прямоугольников равны.

Отработка материала в рабочих тетрадях

4. Пропорциональные величины

18 (81). Заполните таблицу значений пропорциональных величин.

1)

Время работы, ч	2	4	5	7	8
Объём работы, детали	50	100	125	175	200

По таблице вставьте значения величин в предложения.

- а) Производительность труда равна деталей в час.
- б) Если на работу затрачивается 8 ч, то изготавливается деталей.
- в) Если изготавливается 175 деталей, то затрачивается ч.
- г) Формула работы $A = vt$, где A — работа, v — производительность труда, t — время работы.
- д) $125 : 5 =$ $:$ — пропорция.
- е) Число 50 относится к , как 200 к .
- ж) Число 7 относится к , как 5 к 125.



21. Заполните пропуски в предложениях.

- 1) Если при увеличении одной величины в несколько раз во столько же раз увеличивается другая величина, такие величины называют
- 2) Если при увеличении одной величины в несколько раз во столько же раз уменьшается другая величина, такие величины называют
- 3) Скорость движения и путь, пройденный за данное время, (прямо, обратно) пропорциональные величины.
- 4) Цена товара и стоимость покупки (прямо, обратно) пропорциональные величины.
- 5) Скорость движения и время движения (прямо, обратно) пропорциональные величины.
- 6) Сторона квадрата и периметр этого квадрата (прямо, обратно) пропорциональные величины.
- 7) Сходственные стороны подобных фигур (прямо, обратно) пропорциональные величины.

Отработка материала на электронных приложениях

Задание № 2

Содержание соли в растворе составляет 16%.

Сколько килограммов соли содержится в 75 кг раствора?

кг

Сколько килограммов такого раствора можно приготовить из 8,8 кг соли?

кг

ПРОВЕРИТЬ



Задание № 3

Расстояние на карте между пунктами A и B равно 4,2 см, а между пунктами B и C — 3,6 см. Расстояние на местности между A и B равно 10,5 км.

Найдите расстояние между пунктами B и C на местности.

км

Найдите масштаб карты.

1 :

ПРОДОЛЖИТЬ

Решать задачи, связанные с пропорциональностью величин на ЕГЭ и ОГЭ



16

Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

ОГЭ

4 класс

Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 р.
Школьникам предоставляется скидка, равная половине цены проезда.
Сколько стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Решение.

$$198 \cdot 4 + 198 : 2 \cdot 12 = 792 + 1188 = 1980 \text{ (р.)}$$

Ответ: 1980 рублей.

Применение сформированных умений на ЕГЭ и ОГЭ



Требуется умение осуществлять расчеты по формулам, выражающим зависимости между величинами

20 Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: _____.

ОГЭ

3 класс

26. 1) Масса 9 одинаковых стальных шариков равна 630 г. Чему равна масса одного такого шарика?
- 2) В книжном магазине за две одинаковые книги заплатили 355 р. Какова цена книги?
- 3) Стоимость покупки карандашей для всех учеников вторых классов составила 768 р. Сколько второклассников в школе, если цена карандаша 6 р.?
- 4) Тетрадь и 4 одинаковые открытки стоят 72 р. Сколько стоит одна открытка, если тетрадь стоит 16 р.?

4 Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

или

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Ответ: _____.

или

Найдите S , если $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$ и $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: _____.

ЕГЭ

4 класс

4. По какому правилу формулы записали в столбцы? Какую величину находят по каждой форме?

$$S = v \cdot t \quad A = v \cdot t \quad C = a \cdot n$$

$$v = S : t \quad v = A : t \quad a = C : n$$

$$t = S : v \quad t = A : v \quad n = C : a$$

Требуется умение решать задачи с пропорциональными величинами
из жизненной практики



6 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ЕГЭ

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 2 килограмма моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

Решение.

1) $n = C : a$, где n – количество, C – стоимость, a – цена товара.

100 р. = 10 000 к., 14 р. 60 к. = 1460 к.

$10\ 000 : 1460 = 6$ (ост. 1240) (б.).

Ответ: 6 баночек.

2) $100 - 40 \cdot 2 = 20$ (р.).

Ответ: 20 рублей.

4 класс



Купить

[Купить с доставкой \(интернет-магазины\)](#) [Купить в крупных торговых сетях](#) [Купить в регионах](#) [Купить в электронном виде](#)

- [Интернет-магазин «OZON.ru»](#)
- [Интернет-магазин «Лабиринт»](#)
- [Интернет-магазин «My-shop.ru»](#)
- [Интернет-магазин «Umlit.ru»](#)
- [Интернет-магазин «Умник и К»](#)
- [Сеть книжных магазинов «Читай-город»](#)
- [Книжный магазин «Узнай-ка!»](#)
- [Интернет-магазин торгового дома «Библио-Глобус»](#)
- [Интернет-магазин «РОСЛИТ»](#)
- [Интернет-магазин «Буквоед»](#)

См. также: [интернет-магазины в регионах России](#)

Все электронные книги О. В. Муравиной



Книги О. В. Муравиной во всех форматах одним списком

[Бестселлеры, рекомендуемые и новинки](#)Всего 49, из них: 19 электронных книг 30 бумажных книгСортировать: [по алфавиту](#) [по сериям и жанрам](#) [по дате поступления](#) [по дате написания](#) [по цене](#) [по популярности](#)

Серия «Вертикаль (Дрофа)»

- [Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс](#) — от 354,70 руб.
- [Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 11 класс](#) — от 354,70 руб.
- [Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10 класс](#) — от 354,70 руб.
- [Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс](#) — 354,70 руб.

 Математика. 5 класс — временно недоступна Математика. 6 класс — временно недоступна

Серия «Система „РИТМ“ (Дрофа)»

- [Математика. 1 класс. Часть 1](#) — 213,55 руб.
- [Математика. 1 класс. Часть 2](#) — 213,55 руб.
- [Математика. 2 класс. Часть 1](#) — 213,55 руб.
- [Математика. 2 класс. Часть 2](#) — 213,55 руб.
- [Математика. 3 класс. Часть 1](#) — от 213,55 руб.
- [Математика. 3 класс. Часть 2](#) — от 213,55 руб.
- [Математика. 4 класс. Часть 1](#) — от 213,55 руб.



О. В. Муравина, к.п.н., доцент
olgamuravina@gmail.com

www.drofa.ru

muravin2007.narod.ru